

AÑO ACADÉMICO: 2020

DEPARTAMENTO Y/O DELEGACION: **Matemática**

PROGRAMA DE CATEDRA: **MATEMÁTICA 2**

OBLIGATORIA

CARRERA/S A LA QUE PERTENECE: **Licenciatura en Ciencia Biológicas**

AREA: **Análisis Matemático**

ORIENTACIÓN: **no posee**

PLAN DE ESTUDIOS - ORDENANZA N°: 094/85,883/93, 877/01 Mod.1249/13, 0625/16 y Rect. 608/20

CARGA HORARIA SEMANAL SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS: **8 (ocho) horas**

CARGA HORARIA TOTAL: **128 horas**

REGIMEN: **Cuatrimestral**

CUATRIMESTRE: **Segundo**

EQUIPO DE CATEDRA

Apellido y Nombres	Cargo
Dra. Mónica de Torres Curth	Profesora Adjunta
Lic. Gabriela Pfister	Jefa de Trabajos Prácticos
Lic. Astrid Koennecke	Jefa de Trabajos Prácticos

ASIGNATURAS CORRELATIVAS

PARA CURSAR: **Matemática 1 cursada**

PARA RENDIR EXAMEN FINAL: **Matemática 1 aprobada**

FUNDAMENTACIÓN

Uno de los desafíos centrales en ecología es comprender los mecanismos que regulan la estructura y complejidad de poblaciones y comunidades naturales y en este sentido se hace imprescindible para los y las estudiantes de Licenciatura en Ciencias Biológicas, el conocimiento de ciertas herramientas matemáticas básicas que corresponden al área del álgebra y del análisis matemático. El estudio del álgebra de matrices por un lado es fundamental como herramienta para comprender la modelización de la dinámica de una población, tanto como herramienta para la física, la química y la estadística. Además, dentro del área del análisis matemático la comprensión en la resolución de ecuaciones diferenciales permite a quienes cursan esta carrera, comprender aplicaciones a la física, química y también les analizar los modelos más generales de interacción entre especies.

OBJETIVOS

El objetivo general del desarrollo de la materia es ofrecer a quienes cursan la Licenciatura en Ciencias Biológicas un panorama de la Teoría de Matrices y de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias, orientando al análisis y comprensión de modelos matemáticos, principalmente en ecología, sus características, su uso y los objetivos del modelado matemático. Dentro del desarrollo del programa se persiguen los siguientes

objetivos específicos que corresponden a las unidades 1, 2, 3 y 4 el primero, y 5, 6 y 7, el segundo:

- Introducir al conocimiento de la teoría de matrices brindándoles con ello base para la elaboración y comprensión de modelos de aplicación a la biología, tanto como para el estudio de otras materias que se cursarán posteriormente donde el álgebra matricial constituye una importante herramienta de trabajo
- Presentar los conceptos básicos de la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias para su uso como herramienta para la comprensión de fenómenos físicos, químicos y fundamentalmente el modelado de sistemas dinámicos especialmente en biología, así como un instrumento de utilidad para otras ciencias.

Además, proponemos la introducción al lenguaje de programación R a través de la interfaz RStudio, y el uso de paquetes específicos para los temas que se desarrollan en la asignatura. Este lenguaje es de amplio uso y versatilidad, especialmente en estadística, y puede ser una herramienta poderosa para los trabajos de investigación.

CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS

Vectores en \mathbb{R}^n . Dependencia e independencia lineal. Matrices sobre \mathbb{R} . Determinante. Inversa. Rango. Teorías de grafos y matrices. Matrices primitivas e irreducibles. Sistemas de ecuaciones lineales. Autovalores y autovectores. Modelos matriciales en dinámica de poblaciones. Teorema de Perron-Frobenius. Comportamiento asintótico de la población. Ecuaciones diferenciales lineales ordinarias de primer y segundo orden. Modelos matemáticos en procesos dinámicos. Aplicaciones a las ciencias biológicas. Sistemas de ecuaciones diferenciales. Estabilidad de equilibrios. Linealización. Modelos de interacción entre especies. Modelos de difusión de epidemias.

CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:

Unidad 1: Matrices.

Introducción. Matrices sobre \mathbb{R} . Operaciones y propiedades. Vectores en \mathbb{R}^n . Operaciones y propiedades. Dependencia e Independencia Lineal. Notación vectorial de matrices. Matrices particionadas. Matrices particulares. Determinante. Inversa. Matrices regulares. Rango. Matrices elementales. Matrices equivalentes. Método de operaciones elementales para hallar la inversa de una matriz.

Unidad 2: Sistemas de ecuaciones lineales.

Introducción. Conjunto solución. Teorema de Cramer. Sistemas compatibles e incompatibles. Sistemas equivalentes. Teorema de Rouche-Frobenius. Análisis de casos de sistemas compatibles. Método de resolución de sistemas (de Gauss-Jordan).

Unidad 3: Autovalores y autovectores de una matriz.

Autovalor. Autovector. Polinomio característico. Procedimiento para calcular autovalores y autovectores de una matriz. Interpretación geométrica.

Unidad 4: Modelos Matriciales en dinámica de poblaciones.

Algunas nociones en Teoría de Grafos y Matrices. Grafos dirigidos. Matriz de adyacencia. Cadenas de Markov. Matrices de probabilidad. Matrices primitivas e irreducibles. Introducción a los modelos matemáticos en las ciencias: Modelos

matemáticos discretos y continuos. Modelos determinísticos y estocásticos Supuestos. Proyecciones. Modelos matriciales en dinámica de poblaciones. Matrices de proyección y de transición de estados. Teorema de Perron-Frobenius. Comportamiento asintótico de la población. Autovalor dominante, estructura estable, valores reproductivos, matrices de elasticidades y sensibilidades. Estimación de parámetros.

Unidad 5: Ecuaciones diferenciales.

Ecuaciones diferenciales. Definición. Clasificación. Orden de una ecuación diferencial. Soluciones generales y soluciones particulares. Interpretación geométrica. Campo direccional. Curvas integrales. El problema inverso. Ecuaciones diferenciales a variables separables. Sustituciones. Factor integrante. Ecuaciones diferenciales lineales ordinarias de primer y segundo orden. Resolución de ecuaciones diferenciales.

Unidad 6: Ecuaciones diferenciales en las ciencias biológicas.

Modelos continuos en la descripción de procesos dinámicos. Aplicaciones a las ciencias biológicas. Modelos de crecimiento poblacional: modelo lineal, crecimiento exponencial, modelo logístico. Interpretación. Gráficos. Comparación de los modelos. Resolución de las ecuaciones diferenciales planteadas en los modelos. Modelos de difusión de epidemias.

Unidad 7: Sistemas de ecuaciones diferenciales. Modelos.

Sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales. Métodos de resolución. Nociones de estabilidad de equilibrios. Sistemas no lineales. Linealización. Estudio de la estabilidad de equilibrios en sistemas no lineales. Diagramas de fase y trayectorias. Modelos de interacción entre especies: competencia, depredación, simbiosis.

Unidad 8: (transversal) Matrices y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias con R.

Introducción a R. Ingresar datos a R. Matrices en R. Operaciones. Determinante, inversa y rango. Cálculo de autovalores y autovectores con R. Sistemas de ecuaciones. Condiciones, Bucles y Funciones. Graficar con R. Los paquetes Popbio y Rramas. Modelos determinísticos y estocásticos. Ecuaciones Diferenciales. El paquete deSolve para resolver sistemas de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias Lineales.

BIBLIOGRAFÍA BASICA Y DE CONSULTA

- BELLMAN, R., (1965). Introducción al análisis matricial. Editorial Revertè S. A.
- BELTRAMI, E. (1987). Mathematics for Dynamic Modeling. Academic Press, Inc.
- CASWELL, H. (1989). Matrix Populations Models. Construction, Analysis and Interpretation. Sinauer Associates Inc. Sunderland. USA.
- DE TORRES CURTH, M. & MONTORO, V. (1994). Teoría de Matrices. Aplicaciones a la Biología. Cuaderno Universitario N° 21. CRUB. Universidad Nacional del Comahue.
- DE TORRES CURTH, M. & KOENNECKE A. Matrices y Ecuaciones Diferenciales Ordinarias con R. Operaciones, Cálculos y Aplicaciones (inédito)
- EDWARDS, C.H., Jr & PENNEY, DAVID E. (1994). Ecuaciones Diferenciales Elementales. Y Problemas con Condiciones en la Frontera. Prentice Hall
- GROSSMAN, S. I. (1992). Algebra Lineal con Aplicaciones. McGraw Hill.
- HIRSH, M. W. and SMALE, S. (1974). Differential Equations, Dynamical Systems and Linear Algebra. Academic Press.

- MATTHIOPOULOS, U. (2011) How to be a quantitative ecologist. The A to R of Mathematics & Statistics. 1° Ed. John Wiley & Sons, Ltd. Scotland. UK.
- MORRIS, W.F. & D.F. DOAK (2002). Quantitative conservation biology: Theory and practice of population viability analysis. Sinauer, Sunderland, Massachusetts, USA.
- PARADIS E. (2002) R para principiantes. Institut des Sciences de l'Evolution, Universit Montpellier II. Francia. Disponible en URL: http://cran.r-project.org/doc/contrib/rdebuts_es.pdf. Traducción al español de Jorge A. Ahumada, University of Hawaii y National Wildlife Health Center.
- STRANG G. (1980). Linear Algebra and its applications. Academic Press Inc.

PROPUESTA METODOLOGICA:

El desarrollo de la asignatura se programó integrando clases teóricas, donde se introducen los conceptos de la teoría a partir de problemas preferentemente relacionados con la biología, y donde se evidencia la necesidad del estudio de estos conceptos, luego se profundiza en la teoría matemática, para mostrar, por último, el uso de la teoría desarrollada en problemas específicos, volviendo así a la situación original que planteó la necesidad de conocimiento del tema; y clases prácticas, que se organizan mediante guías de trabajos prácticos, que los y las estudiantes realizan en pequeños grupos, y sobre las cuales se realizan algunos cierres generales. A cada unidad del programa corresponde una guía de trabajos prácticos. Además, se trabaja con guías de problemas de aplicación a la biología, tanto para la teoría de matrices y para la teoría de ecuaciones diferenciales, que resumen los conceptos sobresalientes de las unidades correspondientes y los integran en el análisis y construcción de modelos. Las guías de trabajos prácticos de cada unidad constan de ejercicios y problemas de índole teórico-práctico que apuntan a la comprensión y estudio de los conceptos. Asimismo, hay una guía complementaria destinada al trabajo con el software R, que tiene por objeto el aprendizaje de herramientas de programación para facilitar el trabajo y para reflexionar sobre implicaciones y propiedades de los conceptos trabajados.

EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACIÓN:

Para la aprobación de la cursada de la asignatura, los estudiantes deberán aprobar dos exámenes parciales (cada uno con un recuperatorio): el primero incluye las unidades 1 a 4 y el segundo las unidades 5 a 7. Además, los estudiantes deberán aprobar un tercer examen que corresponde a la unidad 8 (de carácter transversal al programa) En este examen los estudiantes deberán mostrar capacidad para desarrollar un código en R que permita resolver problema propuesto. Una vez corregidos, deberán ser defendidos en forma oral. La aprobación de los exámenes será con una nota no inferior a 7 (siete) puntos. Para la aprobación de la cursada deberán aprobarse las tres instancias de evaluación o sus recuperatorios.

Adicionalmente, cada estudiante puede optar por presentar una monografía en la cual se involucre la teoría de matrices o la teoría de ecuaciones diferenciales en el contexto de un problema biológico. Este trabajo podrá hacerse en forma individual o en parejas. La monografía se entregará para su corrección y luego se hará una presentación oral. Esta corresponde al 30% de la nota final de la materia.

Para la aprobación de la asignatura en carácter de alumno libre, los estudiantes deberán rendir un examen escrito sobre los contenidos de este programa, un examen oral en el que se evaluarán aplicaciones de los contenidos a problemas biológicos (que los estudiantes pueden preparar y presentar previamente) y acreditar el uso de un software, que le permita resolver problemas relativos a los contenidos de este programa. La nota mínima de aprobación de cada instancia es 4 (cuatro) y la nota final corresponde al promedio de las 3 instancias descriptas anteriormente.

DISTRIBUCIÓN HORARIA

La carga horaria de la asignatura (8 horas) se divide en dos partes: 3 horas semanales dedicadas al desarrollo de clases teóricas (miércoles de 14 a 17), y 5 horas semanales dedicadas al desarrollo de clases prácticas (lunes de 13 a 16 y jueves de 9 a 11). Dentro del espacio de prácticos de los días lunes, de 14:30 a 16 se trabajará en forma de taller con el paquete R mediante la interfaz RStudio. Se ofrecerán clases de consulta los viernes de 12 a 14 hs.

CRONOGRAMA TENTATIVO

24 de agosto - 16 de octubre: Módulo 1: Teoría de Matrices. Unidades 1 a 4.

19 de octubre - 18 de diciembre: Módulo 2: Teoría de Ecuaciones Diferenciales. Unidades 5 a 7.

Fechas tentativas de parciales

Primer Parcial: segunda semana de octubre

Segundo Parcial: primera semana de diciembre

Evaluación del software R: posterior al segundo parcial

Presentación oral de los problemas de aplicación: tercera semana de diciembre



Mónica de Torres Curth

PROFESORA

CONFORMIDAD DEL DEPARTAMENTO



Mg. ALFONSO AGUILAR
Secretario Académico
Centro Regional Univ. Bariloche
Univ. Nacional del Comahue

CONFORMIDAD SECRETARIA ACADEMICA

CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE